

基于双基地距离的 多站多外辐射源无源定位算法

赵勇胜,赵拥军,赵 闯

(解放军信息工程大学导航与空天目标工程学院,河南郑州 450001)

摘 要: 针对利用多个外辐射源和多个接收站的无源雷达目标定位场景,提出了一种利用三步加权最小二乘的双基地距离(Bistatic Range, BR)定位问题代数解. 首先,在第一步加权最小二乘估计中,通过引入多个辅助参数,将BR观测方程线性化,并得到目标位置粗估计;在后两步加权最小二乘估计中利用辅助参数与目标位置参数的约束关系来提高目标位置的估计精度. 对算法理论误差分析表明,其定位精度可以达到克拉美罗界. 蒙特卡罗仿真结果表明,算法的定位精度优于现有算法.

关键词: 无源定位; 多站多外辐射源; 双基地距离; 加权最小二乘

中图分类号: TN971 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2018)12-2840-08

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2018.12.004

Multi-transmitter Multi-receiver Passive Location Using Bistatic Range Measurements

ZHAO Yong-sheng, ZHAO Yong-jun, ZHAO Chuang

(School of Navigation and Aerospace Engineering, PLA Information Engineering University, Zhengzhou, Henan 450001, China)

Abstract: This paper investigates the problem of locating a target using a passive radar system with multiple transmitters and multiple receivers. The bistatic range (BR), which corresponds to the sum of transmitter-to-target and target-to-receiver distances is used as the measurement. An algebraic solution employing three-step weighted least squares (3WLS) minimizations is proposed. In the first stage, the BR measurements are linearized by introducing multiple additional parameters and a WLS minimization is used to obtain a rough estimate; then in the latter two stages, the relationship between the additional parameters and the target location parameters is utilized to refine the estimate. Theoretical accuracy analysis indicates that the proposed algorithm can achieve the Cramer row lower bound (CRLB), and Monte-Carlo simulations demonstrate the proposed algorithm outperforms existing algorithms.

Key words: passive location; multi-transmitter multi-receiver; bistatic range; weighted least squares

1 引言

无源雷达作为一种特殊的双基地雷达,其利用环境中的民用或商用辐射源作为机会照射源来探测和定位目标^[1,2]. 由于其具有的隐蔽性高、覆盖性好、操作和维护成本低、不占用频谱资源等优点,近年来在军用和民用领域均引起了学者的广泛兴趣^[3,4].

无源雷达的显著特点是其配置了两条接收通道,其中一条为参考通道,用于接收来自外辐射源的直达波信号,另一条为目标监视通道,用于接收经目标反射

后的回波信号. 参考通道和目标监视通道中信号的到达时差(Time Difference Of Arrival, TDOA),可以用于估计目标位置^[5]. 在无源定位中, TDOA 通常转化为双基地距离(Bistatic Range, BR),其定义为外辐射源至目标的距离与目标至接收站的距离之和^[6]. 对于辐射源定位问题, TDOA 转化为了距离差(Range Difference, RD)测量,在几何上 RD 测量确定一双曲线(面)^[7],而在无源定位中, BR 测量确定了一个椭圆(球),其焦点为分别为外辐射源和接收站. 各个 BR 测量值对应的椭圆(球)的交点,即为目标位置^[6].

目前,基于 RD 的辐射源定位问题得到了广泛研究,并已经发展出了多种算法^[8-15]. 而对于基于 BR 的目标定位问题,还缺少系统的研究,目前对其研究主要集中在一些特殊的简化场景,如多站单外辐射源场景^[16,17]、单站多外辐射源场景^[6,18-20]等. 对于多站多外辐射源定位场景,其挑战性和难度更大. 但近年来,随着 BR 定位问题受到日益重视,已经有一些文献针对多站多外辐射源场景下的 BR 定位问题进行了研究. 文献[21]选取部分 BR 观测,并将其转化为 RD 测量,而后利用最小二乘(Least Squares, LS)方法求解. 但文献[16]分析表明,RD 定位的定位精度低于 BR 定位. 文献[22]提出了一种基于加权最小二乘(Weighted Least Squares, WLS)的 BR 定位算法,其通过引入辅助参数,将对应某一外辐射源的 BR 观测线性化,而后扩展至多个外辐射源,实现了对系统整体观测方程的线性化,然后利用 WLS 算法得到目标位置估计. 但文献[22]忽略了目标位置与辅助参数之间的约束关系,因此其算法并非最优. 文献[23]提出了一种基于分组的两步加权最小二乘(Group-2WLS)算法,其在将 BR 观测方程线性化并得到目标粗估计的基础上,利用目标位置参数与辅助参数之间的约束关系进一步提高目标位置的估计精度. 然而,文献[23]为了减小求解难度,采取了分组优化的方式得到的目标位置的最终估计,但这种分组进行估计的处理方式理论上并非最优. 文献[24]提出了一种无需分组的三步加权最小二乘(Three-Step WLS, 3WLS)算法,其在第一步完成 BR 方程线性化及粗估计的基础上,在后续两步 WLS 处理中,利用第一步 WLS 估计中辅助参数的估计值来提高目标位置的估计精度. 但文献[24]中算法仅利用了辅助参数的估计值,而忽略了对目标位置粗估计值的利用,因此,文献[24]中算法亦非最优.

本文针对利用多个外辐射源和多个接收站的无源雷达目标定位场景,借鉴 RD 定位问题中经典的两步加权最小二乘算法,在文献[24]中 3WLS 算法的基础上进行改进,得到了一种新的 BR 定位问题代数解. 与文献[24]相比,本文算法在第二步 WLS 处理中,同时利用了第一步 WLS 中目标位置和辅助参数的估计值,因此定位精度更高. 最后通过仿真实验验证算法的优越性.

2 定位场景

本文考虑如下的二维定位场景(可直接扩展至三维):假设场景中有 M 个外辐射源和 N 个接收站,其位置分别已知为 $\mathbf{x}_m^i = [x_m^i, y_m^i]^T$ ($m = 1, 2, \dots, M$) 和 $\mathbf{x}_n^r = [x_n^r, y_n^r]^T$ ($n = 1, 2, \dots, N$), 目标位置 $\mathbf{x} = [x, y]^T$ 为待估参量. 那么,目标到外辐射源 m 的距离为

$$R_m^i = \sqrt{(x - x_m^i)^2 + (y - y_m^i)^2} \quad (1)$$

目标到接收站 n 的距离为

$$R_n^r = \sqrt{(x - x_n^r)^2 + (y - y_n^r)^2} \quad (2)$$

外辐射源 m 到接收站 n 的距离为

$$R_{m,n} = \sqrt{(x_m^i - x_n^r)^2 + (y_m^i - y_n^r)^2} \quad (3)$$

假设信号传播速度为 c ,那么外辐射源 m 的直达波信号与其经过目标反射后的回波信号到达接收站 n 的时差为

$$\tau_{m,n} = \frac{1}{c}(R_m^i + R_n^r - R_{m,n}), m = 1, 2, \dots, M; n = 1, 2, \dots, N \quad (4)$$

在无源定位中,为便于算法描述,通常将时差转化为双基地距离. 那么根据双基地距离的定义,对应于外辐射源 m 和接收站 n 的双基地距离为 $R_m^i + R_n^r = c\tau_{m,n} + R_{m,n}$. 考虑到实际中存在的测量误差,得到双基地距离的观测方程为

$$r_{m,n} = R_m^i + R_n^r + e_{m,n}, m = 1, 2, \dots, M, n = 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

式中, $e_{m,n}$ ($m = 1, 2, \dots, M, n = 1, 2, \dots, N$) 为双基地距离的观测误差,这里假设其服从零均值的高斯分布,其协方差矩阵为 \mathbf{Q} .

显然,对于本文 M 个外辐射源和 N 个接收站,共可获得 MN 个双基地距离的观测方程. 本文的主要目的就是要通过测量对应不同外辐射源-接收站的 MN 个双基地距离,来估计出目标位置.

3 定位算法

3.1 第 1 步 WLS 估计

求解式(5)的主要困难在于其非线性. 为实现 BR 观测方程的线性化,首先将式(5)中 R_m^i 移项至等式左侧,得

$$r_{m,n} - R_m^i = R_n^r + e_{m,n} \quad (6)$$

将式(6)两边平方,并忽略其中的二阶误差项,得

$$2(x_m^i - x_n^r)x + 2(y_m^i - y_n^r)y + 2r_{m,n}R_m^i = r_{m,n}^2 + (x_m^i)^2 + (y_m^i)^2 - (x_n^r)^2 - (y_n^r)^2 - 2R_n^r e_{m,n} \quad (7)$$

将式(7)按照外辐射源分组,那么其中对应外辐射源 m 和接收站 $1, 2, \dots, N$ 的表达式可表示为如下矩阵形式

$$\mathbf{A}_m \boldsymbol{\varphi}_m = \mathbf{b}_m + \boldsymbol{\varepsilon}_m \quad (8)$$

式中,

$$\mathbf{A}_m = 2 \begin{bmatrix} x_m^i - x_1^r & y_m^i - y_1^r & r_{m,1} \\ x_m^i - x_2^r & y_m^i - y_2^r & r_{m,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_m^i - x_N^r & y_m^i - y_N^r & r_{m,N} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\varphi}_m = \begin{bmatrix} x \\ y \\ R_m^i \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$\mathbf{b}_m = \begin{bmatrix} r_{m,1}^2 + (x_m^i)^2 + (y_m^i)^2 - (x_1^r)^2 - (y_1^r)^2 \\ r_{m,2}^2 + (x_m^i)^2 + (y_m^i)^2 - (x_2^r)^2 - (y_2^r)^2 \\ \vdots \\ r_{m,N}^2 + (x_m^i)^2 + (y_m^i)^2 - (x_N^r)^2 - (y_N^r)^2 \end{bmatrix}$$

$\boldsymbol{\varepsilon}_m$ 为由于 BR 测量误差而导致的等式(8)的误差. 在忽略了二阶误差项后, 其可以表示为

$$\boldsymbol{\varepsilon}_m = -2\text{diag}(R_1^r, R_2^r, \dots, R_N^r) \boldsymbol{e}_m \quad (10)$$

其中, $\boldsymbol{e}_m = [e_{m,1}, e_{m,2}, \dots, e_{m,N}]^T$. 那么, 将式(8)扩展至 M 个外辐射源, 得

$$\boldsymbol{G}_1 \boldsymbol{\theta}_1 = \boldsymbol{h}_1 + \Delta \boldsymbol{h}_1 \quad (11)$$

式中,

$$\boldsymbol{G}_1 = 2 \begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_1 & \boldsymbol{r}_1 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \boldsymbol{S}_2 & \mathbf{0} & \boldsymbol{r}_2 & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{S}_M & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \boldsymbol{r}_M \end{bmatrix}, \boldsymbol{\theta}_1 = \begin{bmatrix} x \\ y \\ R_1^l \\ \vdots \\ R_M^l \end{bmatrix}, \boldsymbol{h}_1 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{b}_1^T \\ \boldsymbol{b}_2^T \\ \vdots \\ \boldsymbol{b}_M^T \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\boldsymbol{S}_m = \begin{bmatrix} x_m^l - x_1^r & y_m^l - y_1^r \\ x_m^l - x_2^r & y_m^l - y_2^r \\ \vdots & \vdots \\ x_m^l - x_N^r & y_m^l - y_N^r \end{bmatrix}, \boldsymbol{r}_m = \begin{bmatrix} r_{m,1} \\ r_{m,2} \\ \vdots \\ r_{m,N} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$\Delta \boldsymbol{h}_1 = [\boldsymbol{\varepsilon}_1^T, \boldsymbol{\varepsilon}_2^T, \dots, \boldsymbol{\varepsilon}_M^T]^T$ 为式(11)的误差向量, 其同样可以表示为关于目标位置的函数:

$$\Delta \boldsymbol{h}_1 = \boldsymbol{B}_1 \boldsymbol{e} \quad (14)$$

式中, $\boldsymbol{e} = [e_1^T, e_2^T, \dots, e_M^T]^T$,

$$\boldsymbol{B}_1 = \begin{bmatrix} -2\text{diag}(R_1^r, \dots, R_N^r) & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & -2\text{diag}(R_1^r, \dots, R_N^r) \end{bmatrix} \quad (15)$$

通过引入辅助参数 $R_1^l, R_2^l, \dots, R_M^l$, BR 观测方程被转化为了关于 $\boldsymbol{\theta}_1$ 的线性方程. 假设向量 $\boldsymbol{\theta}_1$ 中辅助参数 $R_m^l (m=1, 2, \dots, M)$ 与目标位置参数无关, 则可以得到 $\boldsymbol{\theta}_1$ 的加权最小二乘解为

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_1 = (\boldsymbol{G}_1^T \boldsymbol{W}_1 \boldsymbol{G}_1)^{-1} \boldsymbol{G}_1^T \boldsymbol{W}_1 \boldsymbol{h}_1 \quad (16)$$

式中, \boldsymbol{W}_1 为加权矩阵. 根据加权最小二乘理论, 其最优选取为

$$\boldsymbol{W}_1 = [\mathbf{E}(\Delta \boldsymbol{h}_1 \Delta \boldsymbol{h}_1^T)]^{-1} = [\boldsymbol{B}_1 \boldsymbol{Q} \boldsymbol{B}_1^T]^{-1} \quad (17)$$

从式(17)可以看出, \boldsymbol{W}_1 的计算需要未知的目标位置真实值. 因此, 在计算过程中, 首先令 $\boldsymbol{W}_1 = \boldsymbol{Q}^{-1}$, 计算 $\boldsymbol{\theta}_1$, 而后利用 $\boldsymbol{\theta}_1$ 中目标位置估计构建更加准确的 \boldsymbol{W}_1 , 然后用 \boldsymbol{W}_1 得到更加准确的 $\boldsymbol{\theta}_1$.

根据加权最小二乘理论, $\boldsymbol{\theta}_1$ 的估计误差协方差矩阵

$$\text{cov}(\boldsymbol{\theta}_1) = (\boldsymbol{G}_1^T \boldsymbol{W}_1 \boldsymbol{G}_1)^{-1} \quad (18)$$

3.2 第 2 步 WLS 估计

然而, 式(16)中 $\boldsymbol{\theta}_1$ 的加权最小二乘解是在忽略了式(11)中辅助参数与目标位置参数的约束关系的前提下得到的, 所以其并非目标位置的最优解. 为此, 在第 2

步 WLS 估计中, 利用辅助参数与目标位置参数的约束关系来构建方程, 从而提高目标位置的估计精度. 将约束关系 $R_m^l = \sqrt{(x - x_m^l)^2 + (y - y_m^l)^2}$ 两边平方, 并移项整理, 得

$$-2x_m^l x - 2y_m^l y + x^2 + y^2 = (R_m^l)^2 - (x_m^l)^2 - (y_m^l)^2 \quad (19)$$

考虑到 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_1 = [\hat{x}, \hat{y}, \hat{R}_1^l, \dots, \hat{R}_M^l]^T$ 的估计误差, 将 $R_m^l = \hat{R}_m^l - \Delta R_m^l$, 代入式(19)中, 并忽略其中的二阶误差项, 得

$$-2x_m^l x - 2y_m^l y + x^2 + y^2 = (\hat{R}_m^l)^2 - (x_m^l)^2 - (y_m^l)^2 - 2\hat{R}_m^l \Delta R_m^l \quad (20)$$

根据 Chan 和 Ho 的两步加权最小二乘思想^[9], 目标位置估计除应满足式(20)中的约束关系外, 还应满足 $x = \hat{x} - \Delta x, y = \hat{y} - \Delta y$, 因此, 令 $\boldsymbol{\theta}_2 = [x, y, \rho]^T$, 其中 $\rho = x^2 + y^2$, 则可以构建如下线性方程

$$\boldsymbol{G}_2 \boldsymbol{\theta}_2 = \boldsymbol{h}_2 + \Delta \boldsymbol{h}_2 \quad (21)$$

式中,

$$\boldsymbol{G}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2x_1^l & -2y_1^l & 1 \\ -2x_2^l & -2y_2^l & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -2x_M^l & -2y_M^l & 1 \end{bmatrix}, \boldsymbol{h}_2 = \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ (\hat{R}_1^l)^2 - (x_1^l)^2 - (y_1^l)^2 \\ (\hat{R}_2^l)^2 - (x_2^l)^2 - (y_2^l)^2 \\ \vdots \\ (\hat{R}_M^l)^2 - (x_M^l)^2 - (y_M^l)^2 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$\Delta \boldsymbol{h}_2$ 为方程式(21)两边的误差:

$$\Delta \boldsymbol{h}_2 = -\text{diag}(1, 1, 2\hat{R}_1^l, 2\hat{R}_2^l, \dots, 2\hat{R}_M^l), \Delta \boldsymbol{\theta}_1 = \boldsymbol{B}_2 \Delta \boldsymbol{\theta}_1 \quad (23)$$

注意到, 与文献[24]中的 3WLS 算法相比, 本文式(21)中增加了对 $\boldsymbol{\theta}_1$ 中 x, y 估计值的利用, 因此, 本文算法的定位精度更高. 式(21)的加权最小二乘解为

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_2 = (\boldsymbol{G}_2^T \boldsymbol{W}_2 \boldsymbol{G}_2)^{-1} \boldsymbol{G}_2^T \boldsymbol{W}_2 \boldsymbol{h}_2 \quad (24)$$

式中, \boldsymbol{W}_2 为加权矩阵, 其最优选取为

$$\boldsymbol{W}_2 = [\mathbf{E}(\Delta \boldsymbol{h}_2 \Delta \boldsymbol{h}_2^T)]^{-1} = [\boldsymbol{B}_2 \text{cov}(\boldsymbol{\theta}_1) \boldsymbol{B}_2^T]^{-1} \quad (25)$$

根据加权最小二乘理论, $\boldsymbol{\theta}_2$ 的估计误差协方差矩阵为

$$\text{cov}(\boldsymbol{\theta}_2) = (\boldsymbol{G}_2^T \boldsymbol{W}_2 \boldsymbol{G}_2)^{-1} \quad (26)$$

3.3 第 3 步 WLS 估计

式(24)虽然消除了辅助参数 $R_1^l, R_2^l, \dots, R_M^l$, 但 $\boldsymbol{\theta}_2$ 中却同时引入了另外的辅助参数 ρ . 显然, $\boldsymbol{\theta}_2$ 中 ρ 和 x, y 是相关的, 因此式(24)的结果同样并非最优. 为此, 在第 3 步中, 利用 $\boldsymbol{\theta}_2$ 中辅助参数 ρ 与目标位置 x, y 的约束关系来构建方程, 从而进一步提高目标位置的估计精度. 考虑 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_2 = [\hat{x}, \hat{y}, \hat{\rho}]^T$ 的估计误差, 则由 $\rho = x^2 + y^2$ 可得:

$$\boldsymbol{G}_3 \boldsymbol{\theta}_3 = \boldsymbol{h}_3 + \Delta \boldsymbol{h}_3 \quad (27)$$

式中,

$$\mathbf{G}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \boldsymbol{\theta}_3 = \begin{bmatrix} x^2 \\ y^2 \end{bmatrix}, \mathbf{h}_3 = \begin{bmatrix} \hat{x}^2 \\ \hat{y}^2 \\ \hat{\rho} \end{bmatrix}, \quad (28)$$

$$\Delta \mathbf{h}_3 = \begin{bmatrix} -2\hat{x} & 0 & 0 \\ 0 & -2\hat{y} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \Delta \boldsymbol{\theta}_2 = \mathbf{B}_3 \Delta \boldsymbol{\theta}_2$$

式(27)的加权最小二乘解为

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_3 = (\mathbf{G}_3^T \mathbf{W}_3 \mathbf{G}_3)^{-1} \mathbf{G}_3^T \mathbf{W}_3 \mathbf{h}_3 \quad (29)$$

式中, \mathbf{W}_3 为加权矩阵, 其最优选取为

$$\mathbf{W}_3 = [\mathbf{E}(\Delta \mathbf{h}_3 \Delta \mathbf{h}_3^T)]^{-1} = [\mathbf{B}_3 \text{cov}(\boldsymbol{\theta}_2) \mathbf{B}_3^T]^{-1} \quad (30)$$

根据加权最小二乘理论, $\boldsymbol{\theta}_3$ 的估计误差协方差矩阵

$$\text{cov}(\boldsymbol{\theta}_3) = (\mathbf{G}_3^T \mathbf{W}_3 \mathbf{G}_3)^{-1} \quad (31)$$

对式(29)中 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_3$ 中的元素进行开方运算, 即可得到目标位置估计.

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{U} \sqrt{\hat{\boldsymbol{\theta}}_3} \quad (32)$$

式中, $\mathbf{U} = \text{diag}\{\text{sign}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_3(1:2))\}$, 其目的是为了消除开方运算过程中出现了正负符号模糊的情况.

4 误差分析

本节推导算法的理论误差, 并将其与 CRLB 对比, 以分析算法的理论性能. 假设目标位置的估计误差为 $\Delta \mathbf{x}$, 那么根据式(28)中 $\boldsymbol{\theta}_3$ 的定义可得:

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{B}_4^{-1} \Delta \hat{\boldsymbol{\theta}}_3 \quad (33)$$

式中, $\mathbf{B}_4 = 2 \text{diag}(x, y)$. 将式(33)乘以其转置, 并求期望, 可得:

$$\text{cov}(\mathbf{x}) = \mathbf{E}(\Delta \mathbf{x} \Delta \mathbf{x}^T) = \mathbf{B}_4^{-1} \text{cov}(\boldsymbol{\theta}_3) \mathbf{B}_4^{-T} \quad (34)$$

进一步地, 将式(31)、(30)、(26)、(25)、(18)、(17), 依次代入式(34)中, 可得

$$\text{cov}(\mathbf{x}) = (\mathbf{G}_4^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{G}_4)^{-1} \quad (35)$$

式中, $\mathbf{G}_4 = (\mathbf{B}_1^{-1} \mathbf{G}_1 \mathbf{B}_2^{-1} \mathbf{G}_2 \mathbf{B}_3^{-1} \mathbf{G}_3 \mathbf{B}_4)$

将式(35)与文献[24]中目标位置估计的 CRLB 进行比较, 可以发现二者相同. 也就是说, 本文算法的理论误差可以达到 CRLB.

5 仿真实验

本节通过仿真实验评估算法的定位性能. 仿真实验场景设计如下: 2 维场景中有 4 个外辐射源, 5 个接收站, 其位置如表 1 所示. 双基地距离的测量误差设置为服从零均值的高斯分布, 其协方差矩阵为 $\mathbf{Q} = \sigma^2 \mathbf{R}$, 其中矩阵 \mathbf{R} 的主对角线上元素为 1, 其余为 0.5. 算法的定位误差为 3000 次蒙特卡洛仿真的均方根误差 (Root Mean Square Error, RMSE) 和偏差 (Bias), 其定义如下:

$$\text{RMSE}(\mathbf{x}) = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \|\hat{\mathbf{x}}_k - \mathbf{x}\|_2^2} \quad (37)$$

$$\text{Bias}(\mathbf{x}) = \left\| \left(\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{x}}_k \right) - \mathbf{x} \right\|_2 \quad (38)$$

式中, $\|\cdot\|_2$ 为 2-范数, K 为蒙特卡洛仿真次数, $\hat{\mathbf{x}}_k$ 为在第 k 次蒙特卡洛仿真中目标位置的估计值.

表 1 外辐射源和接收站的位置(单位: km)

Rx no. n	x'_n	y'_n	Tx no. m	x'_m	y'_m
1	0	0	1	10	0
2	5	0	2	7	7
3	0	5	3	0	10
4	-5	0	4	-7	7
5	0	-5			

仿真 1 算法对近场和远场目标的定位精度

首先, 为了突出本文算法的定位性能, 在不同测量误差条件下, 利用本文算法进行仿真定位实验, 统计算法的均方根误差和偏差, 并将其与 1WLS 算法^[22]、Group-2WLS 算法^[23]、3WLS 算法^[24]及 CRLB 对比. 如图 1 所示, 目标位置设置为近场和远场两种情况: 近场目标位置为 $[5, 5]^T$ km; 远场目标位置为 $[50, 50]^T$ km. 仿真结果如图 2 和图 3 所示.

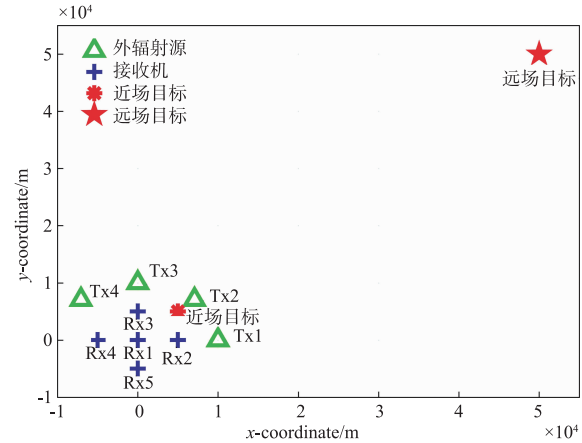


图 1 定位系统几何分布(布站方式1)

图 2(a) 给出了 BR 测量误差为 $1\text{m} \sim 10^4\text{m}$ 时, 算法对近场目标定位的均方根误差情况. 可以看出, 显然文献[22]中的 1WLS 算法达不到 CRLB, 这是由于其忽略了对辅助参数与目标位置之间约束关系的利用. 文献[23]的 Group-2WLS 算法和文献[24]的 3WLS 算法的定位精度相当, 且在测量误差较小时, 定位误差接近 CRLB, 但从局部放大图可以看出, 二者其实并没有达到 CRLB. 相比之下, 仅有本文算法的定位精度达到了 CRLB, 且在测量误差较大时, 偏离 CRLB 的程度相对其它几种算法较小. 图 2(b) 给出了几种算法的偏差比较情况, 可以看出, 本文算法的偏差最低, Group-2WLS 算法和 3WLS 算法的偏差相当, 而 1WLS 算法的偏差最

大. 此外, 由于 BR 定位问题的非线性原因, 以上几种算法的偏差均随着测量误差的增加而增大.

图 3 给出了算法对远场目标定位的均方根误差和偏差情况. 可以看出, 算法同样表现出了优于其它三种算法的定位性能. 在测量误差较小时, 仅本文算法可以达到 CRLB. Group-2WLS 算法无法达到 CRLB 的原因在于其分组优化的方式导致其无法达到全局最优解. 文

献[24]的 3WLS 算法无法达到 CRLB 的原因在于其在第二步 WLS 中仅利用了第一步 WLS 估计中辅助参数估计, 而忽略了对目标位置粗估计值的利用, 导致了第二步 WLS 中有效信息的丢失和方程数量的减少, 从而降低了定位精度. 与近场目标相比, 相同的测量误差条件下, 算法对远场目标的定位误差较大.

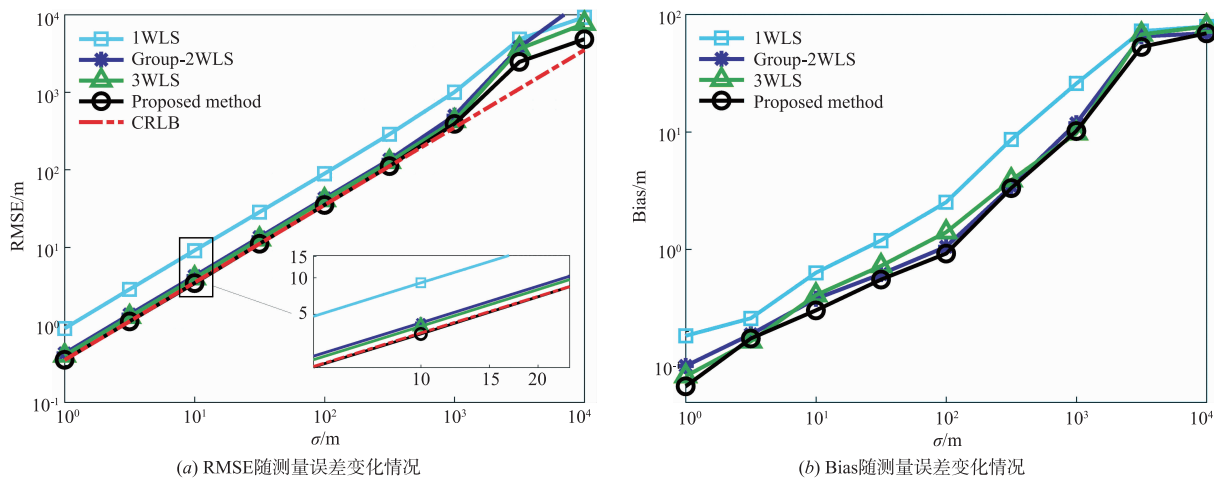


图2 不同测量误差条件下算法对近场目标的定位精度

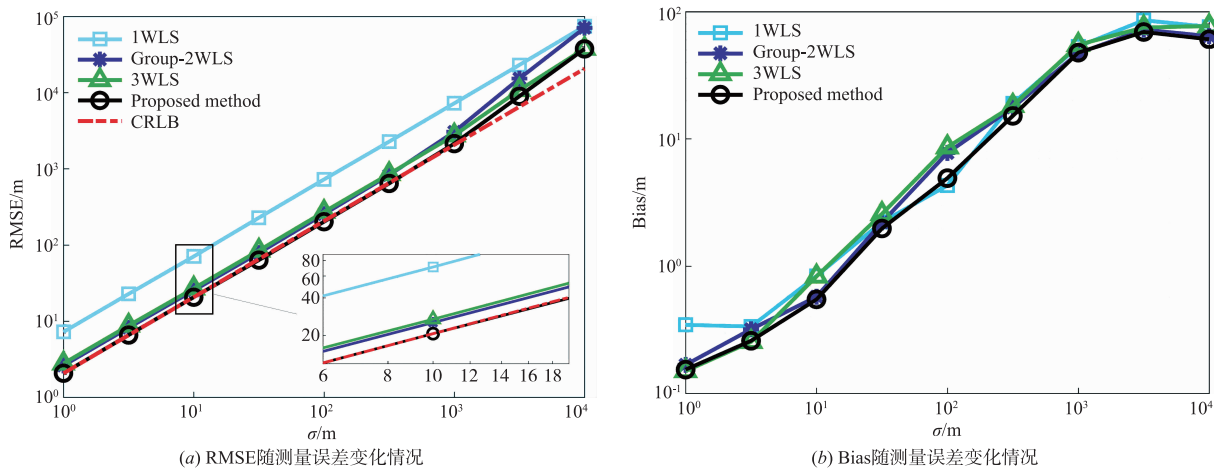


图3 不同测量误差条件下算法对远场目标的定位精度

仿真 2 布站数量对算法定位精度的影响

仿真 1 中只分析了一种布站方式下算法对远近目标的定位, 接下来给出另一种布站方式下算法的定位性能, 并分析布站数量对目标定位精度的影响. 定位场景如图 4 所示: 利用接收站 Rx1、Rx2 和外辐射源 Tx1、Tx2、Tx3, 对位于 $[5, 5]^T$ km 处的目标进行定位. 仿真结果如图 5 所示.

图 5 给出了改变布站方式后, 算法对目标定位的均方根误差和偏差情况. 可以看出, 改变布站方式后, 本文算法的定位 RMSE 和偏差仍然是几种算法中最低

的. 布站方式 2 与布站方式 1 相比, 主要是布站数量的减少. 对比图 5 和图 2 可以明显看出, 减少外辐射源和接收站的数量后, 系统的定位精度显著下降.

仿真 3 算法对运动目标的跟踪定位性能分析

下面分析算法在一段时间内对运动目标的持续跟踪定位效果. 假设目标的初始位置为 $[50, 50]^T$ km, 以速度 $[-500, -500]^T$ m/s 运动, 测量误差 $\sigma = 10^2$ m, 利用仿真 1 中的布站方式, 每 1 秒对目标进行 1 次定位. 不同算法对目标的跟踪定位性能如图 6 所示.

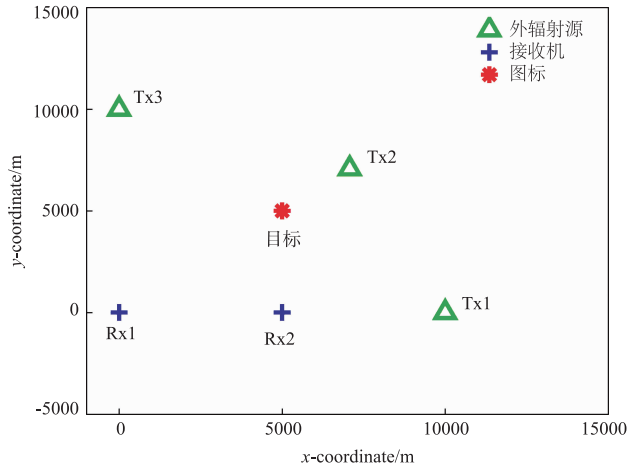


图4 定位系统几何分布(布站方式2)

从图 6(a)可以看出,算法对运动目标位置的估计逼近其真实轨迹.图 6(b)统计并比较了几种算法的估计误差,从中可以直观地看出,本文算法的估计误差要明显小于其余三种算法,并且随着目标靠近接收站,几种算法的定位精度均显著增加,这与仿真 1 中远近目标定位性能的比较结果一致.

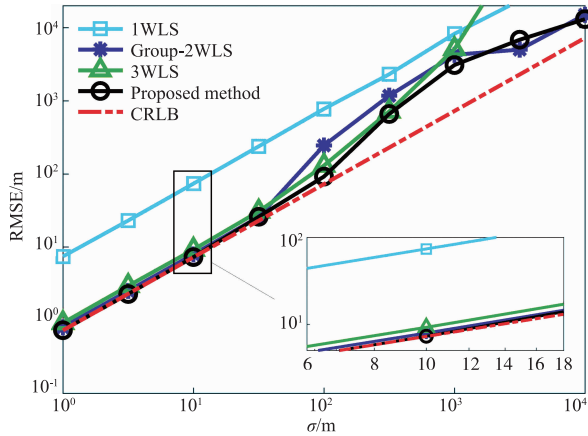
仿真 4 GDOP 分析

系统几何精度因子 (Geometric Dilution Of Precision, GDOP) 也是衡量系统定位性能的重要指标,其定义为

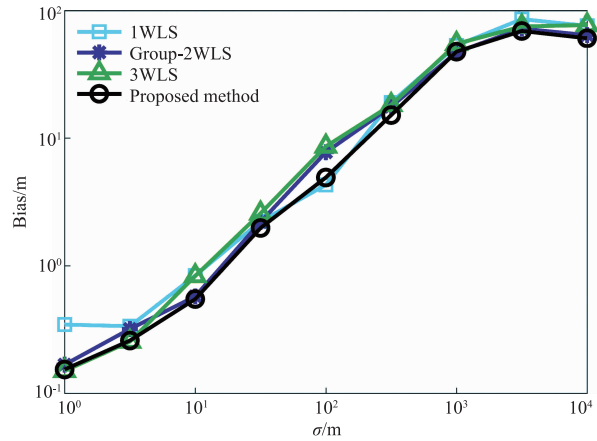
$$GDOP = \sqrt{\text{tr}(\text{cov}(\mathbf{x}))} \quad (39)$$

式中 $\text{tr}(\cdot)$ 表示矩阵的迹, $\text{cov}(x)$ 如式(35)所示.

为分析目标位置对系统估计精度的影响,画出了不同目标位置上的 GDOP 等高线图,如图 7 所示.

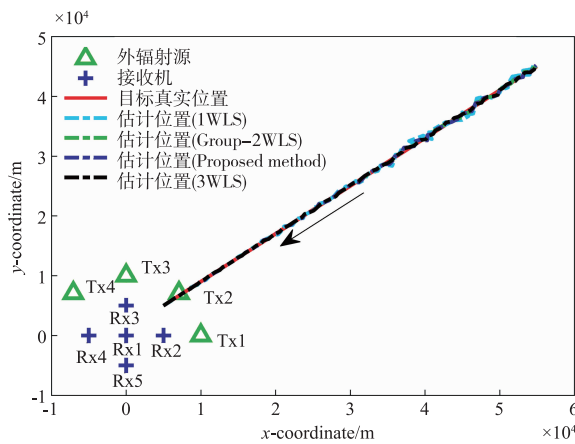


(a) RMSE随测量误差变化情况

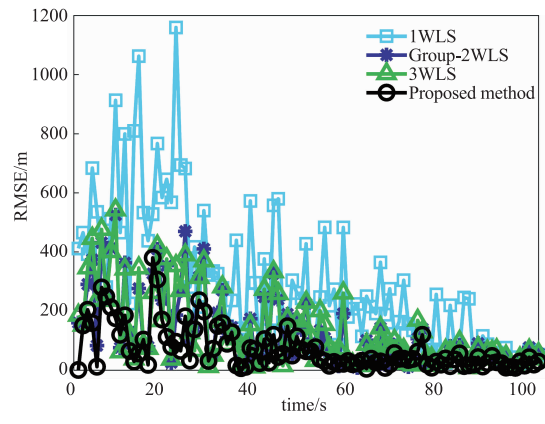


(b) Bias随测量误差变化情况

图5 改变布站方式后算法对目标的定位精度



(a) 目标运动轨迹及其估计



(b) 算法的估计误差

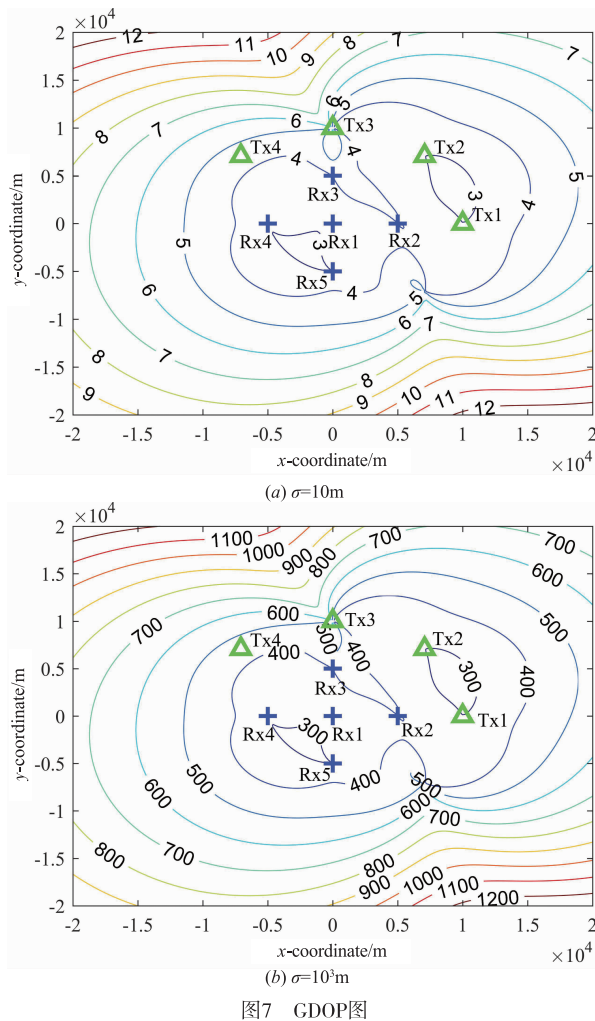
图6 算法对运动目标的跟踪定位效果($\sigma=10^2\text{m}$)

图 7 给出了测量误差分别为 $\sigma = 10\text{m}$ 和 $\sigma = 10^3\text{m}$ 时算法的 GDOP 图.可以看出,两种测量误差条件下,算法的定位误差分布具有相似的规律,即在外辐射源和接收站所在的近场区域,定位精度最高,而随着目标

远离,定位精度逐渐降低.这与仿真 1 中近场和远场目标的定位误差的比较情况是一致的.

仿真 5 计算运算量分析

以上仿真实验给出了与多种现有方法在精度方面



的比较,接下来,通过统计以上这些算法运行中的乘法次数,来比较算法的运算量. 外辐射源和接收站位置等实验参数与仿真 1 相同. 算法运算量比较的结果如表 2 所示.

表 2 算法运算量比较

算法	运算量	运算量比
1WLS	$O\{N_p(2M^2N^2(M+2) + 2MN(M+2)^2 + (M+2)^3) + MN(M+2)\}$	1.000
Group-2WLS	$O\{N_pM(6N^2 + 21N + 27) + 82M + 8\}$	0.197
3WLS	$O\{N_p(2M^2N^2(M+2) + 2MN(M+2)^2 + (M+2)^3 + MN(M+2)) + 6M^2 + 21M + 101\}$	1.021
Proposed method	$O\{N_p(2M^2N^2(M+2) + 2MN(M+2)^2 + (M+2)^3 + MN(M+2)) + 6(M+2)^2 + 21(M+2) + 101\}$	1.033

表 2 给出了本文算法与现有多种算法的运算量比较情况,其中, N_p 为第一步 WLS 估计中加权矩阵的迭代次数,这里统一设置为 2. 可以看出, Group-2WLS 算法的运算量最低,本文算法与 1WLS、3WLS 算法相比,运算量略有增加,但差异并不明显. 而考虑到本文算法在定位精度方面的提升,这种程度的运算量增加是值得的.

6 结束语

本文研究了多站多外辐射源场景下基于双基地距离的目标定位问题,借鉴辐射源定位问题中经典的两步加权最小二乘思想,提出了一种新的三步加权最小二乘定位算法. 本文算法具有如下优势:

(1) 算法针对的是多站多外辐射源场景,对于单站多外辐射源场景和多站单外辐射源场景同样适用,具有较高的通用性.

(2) 作为一种代数解算法,本文算法无需初始值和迭代,避免了迭代类算法的局部收敛问题.

(3) 与文献[24]中的三步加权最小二乘算法相比,本文算法增加了对目标位置粗估计值的利用,因此定位精度更高.

(4) 仿真实验表明,算法的定位性能优于现有算法,在测量误差较小时,定位精度可以达到 CRLB.

参考文献

- [1] 高志文,陶然. 外辐射源雷达的相干积累增益计算及性能分析[J]. 电子学报,2008,36(6):1227-1230.
Gao Zhi-wen, Tao Ran. Computation and analysis of coherent accumulation gain for passive radar[J]. Acta Electronica Sinica,2008,36(6):1227-1230. (in Chinese).
- [2] Michael E, Alexander S, Fabienne M. Design and performance evaluation of a mature FM/DAB/DVB-T multi-illuminator passive radar system[J]. IET Radar, Sonar and Navigation,2014,8(2):114-122.
- [3] Higgins T, Webster T, Mokole E L. Passive multistatic radar experiment using WiMAX signals of opportunity. Part 1: Signal processing[J]. IET Radar Sonar and Navigation,2016,10(2):238-247.
- [4] 唐波,程水英,张浩. 外辐射源雷达模糊函数副峰抑制算法研究[J]. 电子学报,2015,43(6):1058-1064.
Tang Bo, Cheng Shui-ying, Zhang Hao. Ambiguity function side peaks suppression for passive radar[J]. Acta Electronica Sinica,2015,43(6):1058-1064. (in Chinese).
- [5] Daun M, Nickel U, Koch W. Tracking in multistatic passive radar systems using DAB/DVB-T illumination[J]. Signal Processing,2012,92(6):1365-1386.
- [6] Malanowski M, Kulpa K. Two methods for target localization in multistatic passive radar[J]. IEEE Transactions on

- Aerospace & Electronic Systems, 2012, 48(1): 572 – 580.
- [7] 陈永光, 李昌锦, 李修和. 三站时差定位的精度分析与推算模型[J]. 电子学报, 2004, 32(9): 1452 – 1455.
Chen Yong-guang, Li Chang-jin, Li Xiu-he. A precision analyzing & reckoning model in tri-station TDOA location[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(9): 1452 – 1455. (in Chinese).
- [8] Smith J O, Abel J S. Closed-form least-squares source location estimation from range-difference measurements [J]. IEEE Transactions on Acoustics Speech & Signal Processing, 1988, 35(12): 1661 – 1669.
- [9] Chan Y T, Ho K C. A simple and efficient estimator for hyperbolic location[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(8): 1905 – 1915.
- [10] Huang Y, Benesty J, Elko G W, et al. Real-time passive source localization: a practical linear-correction least-squares approach[J]. IEEE Transactions on Speech & Audio Processing, 2001, 9(8): 943 – 956.
- [11] Beck A, Stoica P, Li J. Exact and approximate solutions of source localization problems [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(5): 1770 – 1778.
- [12] Lui K W K, Chan F K W, So H C. Semidefinite programming approach for range-difference based source localization[J]. Signal Processing IEEE Transactions on, 2009, 57(4): 1630 – 1633.
- [13] Yang K, An J, Bu X, et al. Constrained total least-squares location algorithm using time-difference-of-arrival measurements[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2010, 59(3): 1558 – 1562.
- [14] 王鼎, 张瑞杰, 吴瑛. 无源定位观测方程的两类伪线性化方法及渐近最优闭式解[J]. 电子学报, 2015, 43(4): 722 – 729.
Wang Ding, Zhang Rui-jie, Wu Ying. Two pseudo-linearization processing methods and the asymptotically optimal closed-form solutions for passive location[J]. Acta Electronica Sinica, 2015, 43(4): 722 – 729. (in Chinese).
- [15] 朱国辉, 冯大政, 聂卫科. 传感器位置误差情况下基于多维标度分析的时差定位算法[J]. 电子学报, 2016, 44(1): 21 – 26.
Zhu Guo-hui, Feng Da-zheng, Nie Wei-ke. Multidimensional scaling based TDOA localization algorithm with sensor location errors [J]. Acta Electronica Sinica, 2016, 44(1): 21 – 26. (in Chinese).
- [16] Noroozi A, Sebt M A. Comparison between range-difference-based and bistatic-range-based localization in multi-static passive radar [A]. International Radar Symposium (IRS) [C]. Dresden, Germany: IEEE, 2015. 1058 – 1063.
- [17] Rui L, Ho K C. Elliptic localization: performance study and optimum receiver placement [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(18): 4673 – 4687.
- [18] Li W, Wei P, Xiao X. A robust TDOA-based location method and its performance analysis [J]. Science in China Series F: Information Sciences, 2009, 52(5): 876 – 882.
- [19] Anastasio V, Farina A, Colone F, et al. Cramer-Rao lower bound with $P_d < 1$ for target localisation accuracy in multi-static passive radar [J]. IET Radar, Sonar and Navigation, 2014, 8(7): 767 – 775.
- [20] Chalise B K, Zhang Y D, Amin M G, et al. Target localization in a multi-static passive radar system through convex optimization [J]. Signal Processing, 2014, 102(9): 207 – 215.
- [21] Dianat M, Taban M R, Dianat J, et al. Target localization using least squares estimation for MIMO radars with widely separated antennas [J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 2013, 49(4): 2730 – 2741.
- [22] Noroozi A, Sebt M A. Target localization from bistatic range measurements in multi-transmitter multi-receiver passive radar [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2015, 22(12): 2445 – 2449.
- [23] Einemo M, So H C. Weighted least squares algorithm for target localization in distributed MIMO radar [J]. Signal Process, 2015, 115(C): 144 – 150.
- [24] Park C, Chang J. Closed-form localization for distributed MIMO radar systems using time delay measurements [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2016, 15(2): 1480 – 1490.

作者简介



赵勇胜 男, 1990 年出生于江苏连云港. 现为解放军信息工程大学导航与空天目标工程学院博士研究生, 主要研究方向为无源雷达信号处理.

E-mail: ethanchioa@aliyun.com



赵拥军 男, 1964 年出生于河南封丘, 博士. 现为解放军信息工程大学导航与空天目标工程学院教授、博士生导师, 主要研究方向为雷达信号处理和阵列信号处理.

E-mail: zhaoyongjuntg@126.com

赵闯 男, 1978 年出生于河北辛集. 现为解放军信息工程大学导航与空天目标工程学院副教授, 主要研究方向为雷达信号处理.

E-mail: rushzhaotg@163.com